Turbulence without vortex stretching

Abstract:

Vortex stretching is widely acknowledged as a vital part of the energy cascade in three-dimensional (3D) turbulence. We examine the influence of this vortex-stretching mechanism by eliminating it and comparing the resultant system with standard turbulence.

First, we explore the dynamics of the spectrally truncated system without viscosity. We

employ tools from statistical mechanics to predict the energy, helicity, and enstrophy spectra at the absolute equilibrium state and later validate these analytical predictions through simulations. We find two inviscid invariants: enstrophy and helicity. In the absence of helicity, an equipartition of enstrophy is detected at the final equilibrium state. In contrast, in a helical system, most helicity (and energy) is concentrated at the first mode in Fourier space, suggesting the final state can be interpreted as an Arnold–Beltrami–Childress flow.

In the second part, we investigate cascades associated with nonlinear transfer. It is shown that enstrophy cascades from larger to smaller scales, while helicity undergoes an inverse cascade towards larger scales. Dimensional analysis allows us to derive scaling laws for the energy spectrum. In the inertial range of the enstrophy cascade, the energy spectrum E(k) is proportional to $k^{-3}$, and for the helicity cascade, E(k) is proportional to$ k^{-7/3} $.

In the third part, we investigate large-scale structure formation. Since helicity undergoes an inverse cascade towards larger scales and carries energy, the absence of large-scale friction leads to a state characterized by a condensation structure. We generalize a point-vortex model to predict a hyperbolic sine relationship between vorticity and velocity during this condensation state. Both forced and freely-decaying cases are assessed through direct numerical simulations, confirming the predicted functional relationship.

Lastly, we investigate spectrally truncated two-dimensional three-component (2D3C) flows using statistical mechanics and numerical simulations. In particular, we find that helicity determines the large-scale behavior of the energy distribution of the third velocity component.

Key words:

Turbulence, Navier-Stokes equation, Numerical simulation, Statistical mechanics

Turbulence sans étirement de vorticité

Résumé :

L’étirement de vorticité est largement reconnu comme une partie essentielle de la cascade d’´énergie dans la turbulence tridimensionnelle (3D). Nous examinons l’influence de ce mécanisme d’étirement de vorticité en l’éliminant et en comparant le système résultant avec la turbulence non-modifiée.

D'abord, nous explorons la dynamique du système tronqué spectralement sans viscosité. Nous utilisons des outils de la mécanique statistique pour prédire les spectres d'énergie, d'hélicité et d'enstrophie à l'état d'équilibre absolu, puis validons ces prédictions analytiques à travers des simulations. Nos résultats révèlent l'existence de deux invariants non visqueux : l'enstrophie et l'hélicité. En l'absence d'hélicité, une équipartition de l'enstrophie est observée. En revanche, dans un système hélicoïdal, la plupart de l'hélicité (et de l'énergie) est concentrée sur le premier mode dans l'espace de Fourier, suggérant que l'état final peut être interprété comme un écoulement Arnold–Beltrami–Childress.

Dans la deuxième partie, nous étudions les cascades associées au transfert non linéaire. Il est démontré que l'enstrophie est transférée des échelles plus grandes vers les plus petites, tandis que l'hélicité subit une cascade inverse vers les échelles plus grandes. L'analyse dimensionnelle nous permet de déduire les lois d'échelle du spectre d'énergie. Dans la zone inertielle de la cascade d'enstrophie, le spectre d'énergie E(k) est proportionnel à $k^{-3}$, et pour la cascade d'hélicité, E(k) est proportionnel à $k^{-7/3}$.

Dans la troisième partie, nous étudions la formation de structures à grande échelle. Comme l'hélicité subit une cascade inverse vers des échelles plus grandes et transporte de l'énergie, l'absence de friction à grande échelle conduit à un état caractérisé par une structure de condensation. Nous généralisons un modèle de vortex ponctuel pour prédire une relation fonctionnelle de la forme d'un sinus hyperbolique entre la vorticité et la vitesse durant cet état de condensation. Les cas forcés et en décroissance libre sont évalués par des simulations numériques directes, confirmant la relation prédite.

Enfin, nous étudions les écoulements bidimensionnels à trois composants (2D3C) en utilisant la mécanique statistique et les simulations numériques. En particulier, nous constatons que l'hélicité détermine le comportement à grande échelle de la distribution d'énergie de la troisième composante de vitesse.

Mot clés : Turbulence, Equation Navier-Stokes, Simulation numérique, Mécanique statistique