**Robust Control for MEMS Gyroscopes**

***(by Fabrício SAGGIN)***

MEMS gyroscopes are composed of two perpendicular vibrating modes: the drive and the sense modes. The working principle is based on the transfer of energy between these modes caused by the Coriolis force, which is proportional to the angular rate. By controlling the drive mode oscillations with an excitation frequency and by estimating the Coriolis force, the angular rate can be recovered. Then, the better the drive mode oscillations are controlled and the Coriolis force is estimated, the better is the measure.

The control architectures are usually optimized in terms of cost and simple implementation. Most of them are based on the complex envelope (amplitude and phase) of the signals, such that simple PI controllers can be used to independently regulate the amplitude and phase of the oscillations along each axis. To measure the complex envelope, nonlinear elements are introduced in the control loops. Moreover, the couplings between the drive and sense modes, as well as the dependence on environmental conditions, are not considered. The associated methods do not provide guarantees of stability or performance for the closed-loop system.

An alternative approach is to consider the classical feedback control architecture, referred to as the direct control architecture, based on the signals themselves instead of their complex envelope. For this architecture, advanced control techniques have been developed for vibration control of mechanical systems. The potential interest is to explicitly consider the different couplings and the dependence on the environmental condition with formal guarantees of stability and performance. Nevertheless, their applicability to MEMS gyroscopes, including implementability, is still an open question. A possible reason is the controller complexity.

In this thesis, we aim to propose design methods for both control architectures, guaranteeing stability and a certain performance level for the MEMS gyroscope, and to experimentally validate the obtained controllers.

In the first part, we review the MEMS gyroscope literature and define the key performance indicators, which are not usually connected to the closed-loop specifications. Then, by using an input-output approach, we establish the relationships between the performance indicators and the closed-loop behavior. These relationships are a valuable tool for the control design. Based on these relationships, we propose design methods for the direct control architecture. First, we consider the case where the MEMS gyroscope works with a fixed operating condition and the excitation frequency is constant. In this context, the control objectives include the tracking of a sinusoidal signal and the standard $H\_{\infty }$ synthesis is applied for the controller design. However, the excitation frequency may vary over time. A control objective is then to track a “variable-frequency sinusoidal” signal. This particular problem is formulated as a weighted $L\_{2}$ criterion with a new class of weighting functions modeling “variable-frequency sinusoidal” signals.

We then revisit the theory of complex envelopes, which allows us to define a formal framework for the analysis of the envelope-based control architectures. If the complex envelope is ideally measured in real time, we establish links between the direct control approach and the envelope-based ones. These links reveal that the performances achieved with both strategies are equivalent. When the signal envelope is ideally measured, the same framework allows us to precisely model the nonidealities and to design controllers with formal guarantees of stability.

The last part is dedicated to the controller design for digital implementation on two platforms: a flexible one, which can implement complex control architectures; and a platform designed for the electro-mechanical $ΣΔ$, which is a very particular control architecture. For both cases, the practical results validate the proposed methods.

**Keywords:** Robust control, MEMS gyroscopes, $H\_{\infty }$ synthesis, LPV synthesis, weighting functions, complex envelope, digital control implementation, electro-mechanical $ΣΔ$.

**Commande Robuste pour des Gyromètres MEMS**

***(par Fabrício SAGGIN)***

Les gyromètres MEMS sont composés de deux modes de vibration : drive et sense. Le fonctionnement est basé sur le transfert d’énergie entre ces modes dû à la force de Coriolis, qui est proportionnelle à la vitesse angulaire. En asservissant les oscillations du mode drive à une fréquence d’excitation donnée et en estimant la force de Coriolis, la vitesse angulaire peut être récupérée. Mieux les oscillations du mode drive sont asservies, mieux la force de Coriolis est estimée et meilleure est la mesure.

Les architectures de commande sont souvent optimisées en termes de coût et de simplicité d’implémentation. La plupart d’entre elles sont basées sur l’enveloppe complexe des signaux, de sorte que de simples correcteurs PI peuvent être utilisés pour réguler l’amplitude et la phase des oscillations de chaque mode. Pour mesurer l’enveloppe complexe, des éléments non linéaires sont introduits dans les boucles de commande. De plus, les couplages entre les modes drive et sense et la dépendance aux conditions environnementales ne sont pas considérés. Les méthodes associées ne donnent pas de garanties de stabilité ou de performance pour le système en boucle fermée.

Une alternative consiste à utiliser l’architecture classique de commande, dite architecture de commande directe, basée sur les signaux eux-mêmes plutôt que sur leur enveloppe complexe. Dans ce cas, des techniques d’automatique avancée ont été développées pour le contrôle des vibrations des systèmes mécaniques. L’intérêt est de prendre en compte les différents couplages et la dépendance aux conditions environnementales avec des garanties de stabilité et de performance. Néanmoins, leur applicabilité, y compris l’implémentation, aux gyromètres MEMS reste une question ouverte du fait de la complexité des correcteurs.

Dans cette thèse, l’objectif est de proposer des méthodes de conception pour les deux architectures de commande, assurant la stabilité et un certain niveau de performance, et de valider expérimentalement les correcteurs obtenus.

Premièrement, nous révisons la littérature des gyromètres MEMS et définissons ses indicateurs de performance, qui ne sont généralement pas liés aux spécifications en boucle fermée. Ensuite, nous établissons les relations entre les indicateurs de performance et le comportement en boucle fermée. Avec ces relations, nous proposons des méthodes de conception pour l’architecture de commande directe. D’abord, nous considérons le cas où le gyromètre MEMS travaille avec une condition d’opération fixe et une fréquence d’excitation constante. Les objectifs de contrôle incluent la poursuite d’un signal sinusoïdal et la synthèse $H\_{\infty }$ standard est appliquée pour la conception du correcteur. Cependant, la fréquence d’excitation peut varier dans le temps. L’objectif de la commande est alors de suivre un signal “sinusoïdal à fréquence variable”. Ce problème est formulé comme un critère $L\_{2} $pondéré avec une nouvelle classe de pondérations modélisant les signaux “sinusoïdaux à fréquence variable”.

Nous revisitons ensuite la théorie des enveloppes complexes, en définissant un cadre formel pour l’analyse des architectures de commande basées sur l’enveloppe. Si l’enveloppe complexe est idéalement mesurée, nous établissons des liens entre l’approche de commande directe et celle basée sur l’enveloppe. Ces liens révèlent que les performances obtenues avec les deux stratégies sont équivalentes. Si l’enveloppe du signal n’est pas idéalement mesurée, le même cadre nous permet de modéliser précisément les non-idéalités et de concevoir des correcteurs avec des garanties formelles de stabilité.

La dernière partie est consacrée à la conception des correcteurs en vue de leur implémentation numérique sur deux plateformes : une plateforme qui permet d’implémenter des architectures de commande complexes et une plateforme conçue pour le $ΣΔ$ électromécanique, qui est une architecture de commande particulière. Pour les deux plateformes, les résultats pratiques valident les méthodes proposées.

**Mots clés:** Commande robuste, gyromètres MEMS, commande $H\_{\infty }$, synthèse LPV, fonctions de pondération, enveloppe complexe, implémentation numérique de correcteur, $ΣΔ$ électroméchanique.