**Titre de la thèse :**

**Commande distribuée : application au contrôle actif de vibrations**

Les structures flexibles sont de plus en plus utilisées dans l'industrie du fait de leur légèreté et leur faible coût de production. Néanmoins, par leur faible rigidité, elles sont fortement impactées par les vibrations. Le contrôle actif est un moyen de réduire ce phénomène : il consiste à instrumenter la structure avec des actionneurs et des capteurs et à synthétiser un correcteur minimisant l'impact des vibrations grâce à des outils issus de l'Automatique. Cependant, en raison de contraintes d'implémentation, il peut être difficile voire impossible d'implémenter un correcteur centralisé : une solution est de synthétiser un correcteur distribué. L'objectif de ce document de thèse est de proposer une démarche de synthèse de correcteurs distribués pour le contrôle actif de vibrations. Le problème considéré ici revient à effectuer la synthèse d’une loi de commande garantissant certaines propriétés de stabilité et de performance. Dans le cas du contrôle actif de vibrations, le système étant fortement résonant et donc présentant des pics d’amplitude dans le domaine fréquentiel, ce critère de performance est exprimé selon le formalisme H∞.

Une étude bibliographique sur le contrôle distribué a montré l’intérêt d’avoir un modèle qui est de la même structure que le correcteur que l’on cherche à synthétiser : on considérera la structure particulière de sous-systèmes mis en ligne, chaque sous-système ne communiquant qu'avec ses plus proches voisins. Dans la littérature, des conditions d'analyse et de synthèse, sous forme d'un problème d'optimisation convexe sous contraintes LMI avec multiplieurs constants, sont disponibles, et applicables aux systèmes distribués traités ici. Néanmoins, il est montré dans ce manuscrit que ces conditions sont trop conservatives pour un système distribué vibrant bien moins complexe que les structures flexibles que l'on cherche à étudier : elles doivent donc être adaptés pour répondre à notre problématique. Pour cela, le système est écrit comme une interconnexion des sous-systèmes. Une approche entrée/sortie basée sur la séparation des graphes est alors exploitée pour interpréter ces conditions comme des contraintes quadratiques dans le domaine de Laplace avec multiplieurs constants et réduire leur conservatisme par l’introduction de multiplieurs dynamiques. Cette réduction permet notamment de traiter le cas d'un système résonant simple, en élargissant l'espace des solutions admissibles. Une nouvelle démarche de synthèse est ensuite proposée, couplant l’analyse par multiplieurs dynamiques avec la synthèse par multiplieurs constants. Si les conditions proposées ont été motivées par les systèmes résonants, elles s’appliquent à tout type de système de même structure que celle étudiée dans ce manuscrit.

Afin d’évaluer leur pertinence dans le cadre d'application réaliste de contrôle des vibrations, les outils proposés ont été testés en simulation sur une poutre en aluminium instrumentées avec des patchs piézo-électriques. Afin de les appliquer, un modèle distribué de la poutre a été élaboré : la poutre est modélisée par sous-éléments assemblés via des conditions aux limites. Les valeurs numériques du modèle sont obtenues via un logiciel de modélisation par éléments finis. Des méthodes de réduction de modèles ont également été appliquées. Les outils d'analyse et de synthèse distribuée sont alors appliqués sur cet exemple : il en ressort qu’ils sont adaptés pour le traiter. La perte de performance engendrée par la structuration du correcteur est acceptable par rapport à un correcteur centralisé. La complexité algorithmique de la méthode de synthèse distribuée est également plus faible que la synthèse de correcteur centralisé par LMI pour cet exemple.

**Mots-clefs** : contrôle actif de vibrations, commande distribuée, commande H∞, approche entrée/sortie, séparation des graphes, contraintes quadratiques, optimisation convexe sous contraintes LMI, modélisation par éléments finis

**Thesis title:**

**Distributed control: application for active vibration control**

Flexible structures are increasingly common in industry, thanks to their lightness and low production costs. However, because of their low rigidity, they are strongly susceptible to vibrations. Active control is an interesting way to reduce this phenomenon: the structure is equipped with actuators and sensors, and a corrector that minimizes the impact of vibrations is synthetized by using tools from control theory. However, due to implementation limitations, it may be difficult or even impossible to implement a centralized control law: one solution is to synthesize a distributed controller. The aim of this thesis is to propose an approach for synthesizing distributed correctors for active vibration control. The problem considered here is to synthesize a control law that guarantees stability and performance properties. In the case of active vibration control, since the system is highly resonant and exhibits amplitude peaks in the frequency domain, the performance criterion is expressed in the H∞ formalism.

A literature study on distributed control has shown the interest of having a model which has the same structure as the controller we are trying to synthesize: we will consider the particular structure of subsystems in series, each subsystem communicating only with its nearest neighbors. In the literature, conditions for analysis and synthesis were developped, in the form of a convex optimization problem under LMI constraints with constant multipliers: they seem to be applicable to the distributed systems considered. However, it is shown in this manuscript that these conditions are too conservative for a vibrating distributed system that is less complex than the flexible structures we are investigating: they must therefore be adapted to our problem. For this purpose, the system is written as an interconnection of subsystems. An input/output approach based on the graph separation theorem is then exploited to interpret these conditions as quadratic constraints in the Laplace domain with constant multipliers and reduce their conservatism by introducing dynamic multipliers. In particular, this reduction makes it possible to deal with the case of a simple resonant system, by enlarging the space of admissible solutions. A new synthesis approach is then proposed, coupling dynamic multiplier analysis with constant multiplier synthesis. While this methodology is developped for resonant systems, its applicability to a broader class of systems with the same structure as studied in this PhD thesis is possible.

In order to check their applicability for realistic vibration control applications, the developped tools are tested in simulation on an aluminum beam instrumented with piezoelectric patches. A distributed model of the beam was developed: the beam is modeled by sub-elements assembled via boundary conditions. The numerical values of the model are obtained using finite element modeling software. Model reduction methods have also been applied. Distributed analysis and synthesis tools are then applied to this example, showing that they are suitable for handling it. The loss of performance caused by the imposed structure of the corrector is acceptable compared with a centralized corrector. The algorithmic complexity of the distributed synthesis method is also lower than that of the centralized corrector synthesis by LMI for this example.

**Key Words**: active vibration control, distributed control, H∞ control, input/output approach, graph separation theorem, quadratic constraints, convex optimisation under LMI constraints, finite element modelling