**Avis de Soutenance**

Monsieur Florian SALIN

Mathématiques

Soutiendra publiquement ses travaux de thèse intitulés

*Diffusion non linéaire et non locale : analyse variationnelle et numérique*

dirigés par Monsieur Frédéric LAGOUTIÈRE
Cotutelle avec l'université "Université du Tohoku" (JAPON)

Soutenance prévue le ***jeudi 20 février 2025*** à 9h00
Lieu :   6-3, Aramaki Aza-Aoba, Aoba-ku, Sendai 980-8578, Graduate School of Science, Tohoku University, Japan
Salle : Kawai Hall

**Composition du jury proposé**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| M. Goro AKAGI  | Tohoku University  | Co-directeur de thèse  |
| M. Boris ANDREIANOV  | Université de Tours  | Examinateur  |
| Mme Marianne BESSEMOULIN-CHATARD  | CNRS  | Rapporteure  |
| Mme Reika FUKUIZUMI  | Waseda University  | Rapporteure  |
| Mme Hélène HIVERT  | Inria  | Co-encadrante de thèse  |
| M. Frédéric LAGOUTIèRE  | Université Claude Bernard Lyon 1  | Directeur de thèse  |
| M. Shinya OKABE  | Tohoku University  | Examinateur  |
| M. Satoshi TANAKA  | Tohoku University  | Examinateur  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Mots-clés :**  | Diffusion dégénérée,Diffusion singulière,Diffusion fractionnaire,Analyse variationnelle,Analyse numérique, |

|  |
| --- |
| **Résumé :**   |
| Le travail de cette thèse porte sur divers problèmes au dérivées partielles en lien avec les équations des milieux poreux et de diffusion rapide. Une large partie de la thèse se concentre sur le problème de Cauchy-Dirichlet des équations des milieux poreux et de diffusion rapide fractionnaire, dans lesquelles le Laplacien est remplacé par un Laplacien fractionnaire. En s’appuyant des méthodes d'énergie, nous montrons le caractère bien posé du problème dans une classe de solutions dites énergétiques, satisfaisant certaines inégalités d’énergie. Les démonstrations reposent sur une approche variationnelle et ne nécessitent aucune restriction de signe. Dans le cas des milieu poreux, nous montrons la décroisse des solutions à un taux algébrique, tandis que dans le cas de la diffusion rapide, le phénomène d’extinction en temps fini est démontré. Nous montrons ensuite la convergence des solutions énergétiques vers des profils asymptotiques après un redimensionnement approprié, en se basant sur une inégalité de Łojasiewicz-Simon pour le Laplacien fractionnaire. Enfin, l’analyse numérique du problème est abordée. Nous proposons un schéma numérique et montrons qu’il préserve les principales propriétés de l’équation continue, telles que le taux de décroissance algébrique dans le cas du milieu poreux fractionnaire et le phénomène d’extinction en temps fini dans le cas de la diffusion rapide fractionnaire. De plus, nous proposons une méthode permettant de calculer avec précision le temps d’extinction pour l’équation de diffusion rapide fractionnaire. La convergence des solutions redimensionnées vers des profils asymptotiques près du temps d’extinction est illustrée numériquement, ainsi que le taux de convergence. Le second problème abordé dans cette thèse est un système de Keller-Segel dans lequel les deux espèces diffusent selon une équation des milieux poreux ou de diffusion rapide, et avec une sensitivité dépendante de la concentration du signal chimique. Ce système a fait l’objet de nombreuses études dans le cas d’une sensitivité constante et pour une diffusion linéaire du signal chimique, où apparait un phénomène de masse critique pour une certaine valeur de l’exposant associé à la diffusion dégénérée de la première espèce. En combinant des arguments de transport optimal et des méthodes d’énergie, nous montrons que le phénomène de masse critique s’étend au cas d’une diffusion non linéaire de l’espèce chimique et d’une sensitivité non constante, pour certains choix de paramètres. Le dernier problème abordé est une équation de diffusion non linéaire posée sur la frontière d’un domaine. Par l’intermédiaire de l’opérateur de Dirichlet-Neumann, elle peut être vue comme une équation des milieux poreux ou de diffusion rapide fractionnaire posée une variété. En se basant sur les méthodes d’énergies mise en œuvre sur les problèmes précédant, nous montrons le caractère bien posé de l’équation dans une classe de solutions énergétiques sans restriction de signe.  |
|   |